

2D1240, TENTAMEN I NUMERISKA METODER gkII för DEFT**Lördag 25 november 2000 kl 9–14**

Betygsgränser: 25 poäng ger trea, 35p fyra, 45p femma (inklusive bonuspoäng).

Resultatet anslås senast 11 dec på Nadas anslagstavla. Svar ska motiveras och räkningar redovisas!

Hjälpmedel i del 2: *Rosa formelsamlingen, Matlabhäftet, Betahandboken, räknedosa.*

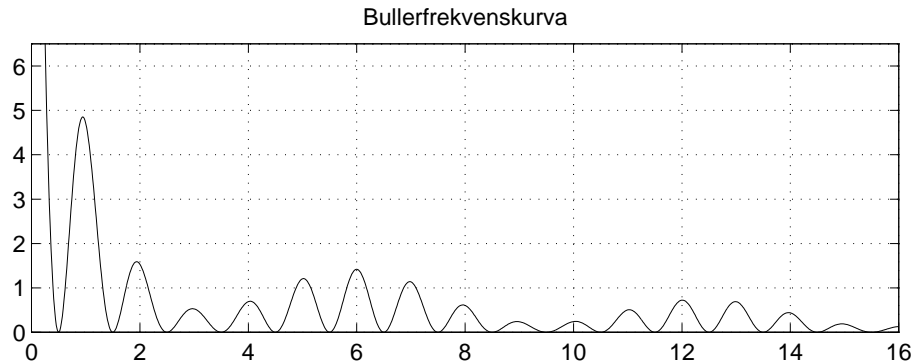
Lycka till!

DEL 2 (40 poäng) (Delas ut när DEL 1 lämnas in!)**1. Gallerdaller**

Mitt i den väldiga takmålningen av Axel Törneman i sal E1 finns ett ventilationsgaller täckt av en tjustig sol som dämpar fläktbullret. Genom resonanssvängning kan bullergallret helt dämpa ut frekvensen 500 Hz och udda multipler av denna frekvens. Med x i enheten kHz är bullernivåns frekvensberoende

$$f(x) = (3 + 2 \cos x)(1 + \cos 2\pi x) / \sqrt{2x + x^2}$$

- (8p) upp till 16 kHz, däröver antas bullernivån vara noll. Som ett totalbullermått används $B_{tot} = \int_0^{16} f(x) dx$. Vidta lämplig förbehandling av integralen och beskriv detaljerat (gärna i MATLAB) två algoritmer för bestämning av B_{tot} med tillförlitlighet på ca fyra siffror.

**2. Bullermuller**

- (6p) Om bullernivån är större än 1 uppfattas det som störande. Av kurvan framgår att det är ett störande bullermuller för frekvenser lägre än cirka 400 Hz (0.4 kHz), dessutom finns det några högre frekvensintervall där störningsnivån överskrids. Ange en fullständig algoritm (t ex i MATLAB) som med få iterationer noggrant bestämmer dessa intervallgränser.

3. Thrillerpiller

- (5p) De två topparna nära 9 kHz och 10 kHz är ju nästan lika höga och spänningen är olidlig tills du med en effektiv algoritm kan konstatera vilken som är högst och vad topppunkternas koordinater är. Vi biter på naglarna så länge!

4. Propellertabeller

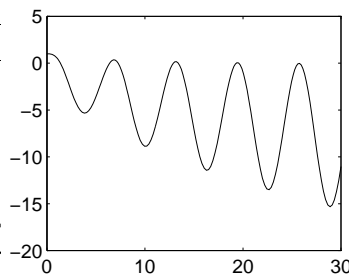
Takfläkten ska skapa undertryck, men just vid starten ($t = 0$) uppstår faktiskt ett svagt övertryck som sedan pendlar enligt differentialekvationen

$$e^y + y' + y''' = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$$

Som synes blir kurvtopparna allt lägre och man vill veta

(7p)

hur många av dem som sticker upp över $y = 0$, dvs hur många gånger övertryck uppstår. Skriv om differentialekvationen till ett system av första ordningens ODE. och ange en detaljerad algoritm (gärna MATLAB-kod) som räknar uppstickande toppar.

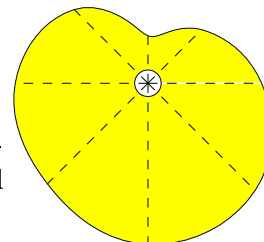


5. Skapalätt-palet

På fotot av Axel Törneman med sin väldiga palett kan man mäta upp radiella avstånd för åtta vinklar runt paletthållets centrum (de streckade ekrarna i figuren):

$$r(0) = 12, \quad r\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8, \quad r\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5, \quad r\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 11, \\ r(\pi) = 14, \quad r\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 15, \quad r\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 17, \quad r\left(\frac{7\pi}{4}\right) = 16.$$

a) Med lämplig interpolation vill vi åstadkomma den slutna palettkonturen. Bra metod är hermiteinterpolation med centraldifferenskvot för derivatorna $r'(\varphi)$ i de åtta punkterna. Obs! fixa detta i ett koordinatsystem med φ längs x -axeln och r längs y -axeln. Därefter kan den slutna palettkurvan ritas.



(5p)

Ange de åtta derivatavärdena (π får finnas med) och bestäm därefter med handräkning det hermiteinterpolerande polynomets uttryck i intervallet $7\pi/4 \leq \varphi \leq 2\pi$. Beräkna det radiella avståndet $r(\frac{15\pi}{8})$, alltså värdet i intervallets mitt.

(3p)

b) Förklara tillvägagångssättet för uppritning av den slutna palettkonturen.

6. Strömkarlar

(6p)

Takmålningen i sal E1 heter egentligen "De elektriska strömmarna" och de simmande pojkar och solande flickor ska symbolisera cirkulerande strömmar. Det finns en böljande struktur i pojkströmmen och när man mäter pojkhöjden för åtta vinklar runt origo får man exakt samma uppsättning värden som i uppgift 5.

När vi anpassar ett uttryck av formen $c_1 + c_2 \cos \varphi + c_3 \sin \varphi$ till dessa åtta värden erhålls $c_1 = 12.250$, $c_2 = -0.8536$ och $c_3 = -5.1213$.

Residualerna blir så här: 0.60, -0.03, -2.13, 1.77, 0.90, -1.47, -0.37, 0.73, och deras utseende bör inspirera dig att föreslå en bättre modell med två extra termer. Vilka? Ställ upp det överbestämda ekvationssystem ur vilket koefficienterna till den förbättrade modellen kan beräknas. Kommer c_1, c_2, c_3 att ändras? Motivera svaret!

